

مسائل في الدالة الأسية من اختبارات البكالوريا

دورة دوان 2005

1 – لتكن g دالة عددية للتغير الحقيقي x حيث : $g(x) = x + 1 + e^x$

1 – ادرس تغيرات g .

2 – بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α في المجال $]-1.28, -1.27[$.

3 – استنتج إشارة $g(x)$.

II – لتكن f دالة عددية للتغير الحقيقي x حيث : $f(x) = \frac{xe^x}{e^x + 1}$

و ليكن (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) : وحدة الطول $2cm$.

1 – أ: أثبت أن من أجل كل عدد حقيقي x يكون : $f'(x) = \frac{e^x \cdot g(x)}{(e^x + 1)^2}$

ب: ادرس تغيرات الدالة f .

2 – بين أن $f(\alpha) = \alpha + 1$ و أعط حصرًا لـ $f(\alpha)$.

3 – أ: ليكن (T) مماسًا لـ (C) في O . اكتب معادلة لـ (T) .

ب: أثبت أن (C) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائل نرمل له (Δ) . ادرس وضعية (C) بالنسبة إلى (Δ) .

ج: احسب $f(-2)$ ، $f(-1)$ ، $f(1)$ ، $f(2)$ ، $f(2)$ ثم ارسم (T) و (C) .

III – لتكن h دالة عددية للتغير الحقيقي x حيث : $h(x) = \ln(e^x + 1)$

و ليكن (Γ) تمثيلها البياني . (لا يطلب إنشاء (Γ))

1 – بين أن الدالة u المعرفة على $[0, +\infty[$ بـ : $u(x) = x \ln(e^x + 1)$ أصلية للدالة : $x \mapsto f(x) - h(x)$.

2 – أ: بين أن من أجل كل x من $[0, +\infty[$ يكون $f(x) - h(x) > 0$.

ب: ليكن β عدداً حقيقياً موجباً تماماً. احسب بدلالة β و بالـ cm^2 المساحة $s(\beta)$ للحيز المستوي المحصور بين

المنحنيين (C) ، (Γ) و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x = 0$ ، $x = \beta$.

ج : عيّن العدد β بحيث يكون : $s(\beta) = 4 \ln(e + 1)^\beta cm^2$

